

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БІЗНЕСОВИХ ПРОЦЕСІВ

УДК 330.35

JEL classification: C61, E13, J24, O41

DOI: <https://doi.org/10.20535/2307-5651.25.2023.278606>**Завальна М. В.**

студентка

ORCID ID: 0000-0001-8792-5783

Мажара Г. А.

доктор філософії з економіки

ORCID ID: 0000-0002-1860-756X

*Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»***Zavalna Maryna, Mazhara Glib***National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»*

ПОБУДОВА ТРЬОХСЕКТОРНОЇ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ З ЕНДОГЕННИМ ПОКАЗНИКОМ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОГРЕСУ

BUILDING A THREE-SECTOR ECONOMIC GROWTH MODEL WITH AN ENDOGENOUS INDICATOR OF TECHNOLOGICAL PROGRESS

В даній статті була побудована трьохсекторна модель економічного зростання з ендегенним показником технологічного прогресу, яка враховує дослідницький, сировинний сектори та сектор кінцевого виробництва, а також особливості економіки України та актуальне геополітичне становище. Була проведена специфікація побудованої моделі за допомогою принципів регресійного та статистичного аналізу, що дозволило продемонструвати доцільність її практичного застосування. За допомогою відповідного програмного забезпечення була здійснена оптимізація моделі, знайдений оптимальний розподіл інвестицій та трудових ресурсів між секторами та капіталом на три наступні роки, а саме 2023, 2024 та 2025 роки. Результати оптимізації дозволили зробити висновки про доцільність рівномірного розподілу інвестицій між секторами та капіталами і необхідній децю більшої концентрації економічно-активного населення в сировинному секторі.

Ключові слова: економічне зростання, модель ендегенного зростання, трьохсекторна модель макроекономічного зростання, показник технологічності, людський капітал, обсяг виробництва.

The purpose of this article is to build a three-sectoral model of economic growth with an endogenous indicator of technological progress, taking into account the economic and geopolitical conditions of modern Ukraine. Classical models of economic growth can hardly be called universal and adaptive to the conditions of functioning of countries that develop non-linearly and under the influence of many external shocks, such as Ukraine. Therefore, at this stage, it is relevant to build a modified model that will take into account the latest achievements of economic scientists and the specific, crisis conditions of Ukraine's functioning: the problem of low technological structure of Ukrainian products, the crisis in the raw materials sector and significant destruction of energy infrastructure caused by shelling and missile attacks by Russian troops. In the process of building the model, we used methods of statistical analysis, regression analysis, economic and mathematical modeling, and mathematical programming. Based on the modification of the Solow exogenous growth model and the Romer endogenous growth model, we built a model that takes into account the research, raw materials, and final production sectors, which allowed to take into account a number of features of the Ukrainian economy and the current geopolitical situation. The model was specified using the principles of regression analysis, which allowed to demonstrate the feasibility of its practical application. Using the appropriate software, the model was optimized, i.e., we found the optimal distribution of investments and labor resources between sectors and capital, which maximizes total output for the next three years, namely 2023, 2024 and 2025. The model was also tested, which made it possible to characterize this one as adequate and valid, and therefore suitable for use. The results of the optimization allowed us to draw conclusions about the expediency of an even distribution of investments between sectors and capitals and the need for a slightly higher concentration of the economically active population in the raw materials sector.

Keywords: economic growth, model of endogenous growth, three-sector model of macroeconomic growth, technological progress indicator, human capital, production volume.

Постановка проблеми. Моделі макроекономічного зростання посідають важливе місце в сучасних економічних дослідженнях. Відправною точкою в розвитку

даного напрямку прийнято вважати роботи Р. Солоу [1] та Т. Свана [2], а найбільш актуальними напрацюваннями – роботи Р. Лукаса [3] та П. Ромера [4], які почали

використовувати науково-технологічний прогрес не у якості стандартного штучного екзогенного коефіцієнту, а як певний ендегенний показник, який у свою чергу залежить від людського капіталу та інвестицій в сектор інновацій.

Моделі вище зазначених вчених мають широке визнання в науковому світі, проте їх складно назвати універсальними та адаптивними до умов функціонування країн, які розвиваються нелінійно та під впливом багатьох зовнішніх потрясінь, як от Україна. Економічні умови останнього десятиліття складно назвати сприятливими для розвитку та зростання національної економіки. Так низку несприятливих подій розпочала війна на Сході України 2014р., українській економіці знадобився тривалий термін на відновлення та заміщення втраченої частки металургійного сектору іншими прибутковими галузями, що забезпечило економічне зростання до 2020 року, адже фінансово-економічна криза, зумовлена поширенням пандемії COVID-19 спричинила нове падіння внутрішнього валового продукту (надалі ВВП) в 2020 році. І коли бізнес адаптувався до нових реалій, країна зіштовхнулася з повномасштабним вторгненням росії в Україну, так 2022 рік характеризується небувалим падінням ВВП на 31%.

Тож, вочевидь, на даному етапі актуальною є побудова модифікованої моделі, що буде враховувати найсучасніші досягнення вчених-економістів та специфічні, кризові умови функціонування України, а саме: проблему низького технологічного укладу української продукції, тобто в процесі відбудови варто передбачити можливість концентрації ресурсів саме на інноваційній діяльності; також варто врахувати і кризу сировинного сектору та значні руйнування енергетичної інфраструктури, спричинені обстрілами та ракетними влученнями російських військ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженням моделей економічного зростання присвячені праці ряду вчених, зокрема: Р. Солоу [1] та Т. В. Свана [2], Р. Лукаса [3] та П. М. Ромера [4], Р. Ф. Харрода [5] та Е. Домара [6], Д. Касса [7], а також Т. Купманса [8], К. Ерроу [9]. До вітчизняних вчених, що цікавились даним напрямом, можна віднести О. І. Ляшенка [10], В. А. Диленка та Н. В. Шляпину [11], О. М. Назаренко та Н. М. Манько [12].

Відаючи належне згаданим вченим, вважаємо доцільним продовження наукових розробок в даному напрямі, оскільки низка питань моделювання економічного зростання залишаються недостатньо розкритими. Зокрема, залишаються такими, що потребують подальшого дослідження, моделі економічного зростання з урахуванням ендегенних показників технологічного прогресу.

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є побудова трьохсекторної моделі економічного зростання з ендегенним показником технологічного прогресу з урахуванням економічних та геополітичних умов функціонування сучасної України.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні **завдання**:

– дослідити розроблені моделі макроекономічного зростання на основі літературних та інформаційних джерел;

– модифікувати найбільш підходящу модель відповідно до нинішніх специфічних умов функціонування економіки України;

– провести розрахунок параметрів, оптимізувати модель та провести її апробацію.

У даній роботі використані різні **методи** математичного та економічного аналізу, зокрема: статистичний аналіз, регресійний аналіз, економіко-математичне моделювання (моделі системної динаміки), математичне програмування.

Виклад основного матеріалу. Головними завданнями моделей макроекономічного зростання є пояснення взаємозв'язку між виробничими факторами та кінцевим результатом, визначення внеску кожного з факторів у досягненні зростання результуючого показника та знаходження оптимальної комбінації інструментарію моделей в процесі реалізації політики макроекономічного зростання. Варто зазначити, що будь-яка макроекономічна модель є агрегованою, тобто для підрахунку випуску продукції беруться до уваги лише деякі ключові економічні показники.

Для дослідження економічної ситуації доцільно використовувати динамічні моделі, тобто такі, які описують процес розвитку економіки – її динаміку, формуючи взаємозв'язок між кожним попереднім та наступним моментом розвитку економічної системи, тому аналітичні висновки, зроблені на основі таких економіко-математичних моделей, будуть точнішими та ближчими до реальних умов розвитку економічної системи [13].

Тож, визначивши попередньо ключові теоретичні аспекти дослідження, перейдемо безпосередньо до побудови моделі. Так, за основу візьмемо відому модель Нобелівського лауреата Роберта Солоу [1], яка в неперервному вигляді має наступні характеристики:

$$Y(t) = F(K(t), L(t)) \quad (1)$$

$$Y(t) = I(t) + C(t) \quad (2)$$

$$\frac{dK}{dt} = -\mu K(t) + I(t), K(0) = K_0 \quad (3)$$

$$\frac{dL}{dt} = e^v L, L(0) = L_0, t \in [0, T], \quad (4)$$

де $Y(t)$ – ВВП в момент часу t , $I(t)$ – інвестиції в момент часу t , $C(t)$ – фонд споживання в момент часу t , $K(t)$ – основні виробничі фонди, капітал в момент часу t , $L(t)$ – число зайнятих в економіці в момент часу t , μ – коефіцієнт зносу, v – темп приросту числа зайнятих.

Функція (1) найчастіше задається виробничою функцією Коба-Дугласа, яка має наступний вигляд:

$$Y(t) = AK(t)^\alpha L(t)^\beta, \quad (5)$$

де A – коефіцієнт ефективності виробництва, α і β – коефіцієнти еластичності виробництва, по капіталу K і праці L відповідно, що за неокласичною теорією характеризують роль кожного фактору виробництва у прирості кінцевого продукту (або ж частку доходу фактору в загальній сукупності доходу).

Проте, класична модель Солоу має значні недоліки, які в подальшому буде усунуто, а саме: в моделі технічний прогрес, або ж коефіцієнт ефективності виробництва заданий екзогенно, тобто як певний сталий коефіцієнт. Як рішення, Менк'ю, Ромером і

Уейлом [13] були розроблені моделі, суть яких полягає в моделюванні впливу на економічне зростання інноваційної діяльності, яка зумовлює технологічні зсуви, та нагромадження людського капіталу як сукупності всіх виробничих якостей працівника (набутих знань, навиків, мотивації та енергії, що використовуються для виробництва економічних і соціальних благ). Тож, одну з таких моделей оберемо для подальшої модифікації.

Ромером був запропонований концепт трьох секторів виробництва [4], проте авторами було прийняте рішення: для подальшого розгляду і використання залишити 2 сектори.

1) *Дослідницький сектор* – в результаті використання сконцентрованого у ньому людського капіталу H та наявного запасу знань E утворюються нові знання, які потім матеріалізуються у вигляді нових технологій. В той час динаміка людського капіталу характеризується аналогічним до виробничого капіталу рівнянням, а приріст нових знань визначено формулою:

$$\frac{dE}{dt} = \theta HE(t), \quad (6)$$

де θ – параметр наукової продуктивності.

2) *Виробничий сектор* – на основі наявного капіталу K , витрат праці L і людського капіталу H забезпечує випуск кінцевої продукції споживання.

Для збільшення людського капіталу, як видно з рівняння динаміки (7) також необхідні інвестиції, проте коефіцієнт зносу μ буде відмінним від коефіцієнту зносу основних засобів виробництва (надалі ОЗВ).

$$\frac{dH}{dt} = I(t) - \mu H(t). \quad (7)$$

Отже, загальні інвестиції I розділимо між двома видами капіталу:

$$I(t) = I_H(t) + I_K(t), \quad (8)$$

де I_H – інвестиції в людський капітал, I_K – інвестиції в основні фонди виробництва.

В якості виробничої функції використаємо модифікацію функції Коба-Дугласа з урахуванням людського капіталу та працезберігаючим НТП або НТП по Солоу [13]:

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta [E(t)L(t)]^\gamma. \quad (9)$$

Тож, тепер модель буде мати наступний вигляд:

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta [E(t)L(t)]^\gamma$$

$$Y(t) = I(t) + C(t)$$

$$I(t) = I_H(t) + I_K(t)$$

$$\frac{dK}{dt} = -\mu_K K(t) + I_K(t), K(0) = K_0 \quad (10)$$

$$\frac{dH}{dt} = -\mu_H H(t) + I_H(t), H(0) = K_0$$

$$\frac{dL}{dt} = \nu L, L(0) = L_0$$

$$\frac{dE}{dt} = \theta HE(t), E(0) = E_0, t \in [0, T],$$

де μ_K – коефіцієнт зносу ОЗВ, μ_H – коефіцієнт зносу людського капіталу.

І в загальному, на двохсекторному розподілі виробництва можна було б зупинитись, проте ми ставимо на меті оптимальний розподіл ресурсів між секторами для зростання ВВП з урахуванням нинішнього стану економіки України. А як відомо, найбільше серед усіх галузей за час повномасштабної війни постраждав саме ресурсний сектор економіки, тож модифікуємо модель таким чином, аби врахувати і ресурсний сектор як окрему складову системи виробництва [5].

Так, до ресурсного сектору, або ж ми також будемо називати його матеріальним, відносяться предмети праці – сировина або ж матеріальні ресурси, які призначені для подальшої їх обробки у секторі кінцевого виробництва, до прикладу: паливо, залізні руди, електроенергія та інше.

Таким чином, маємо 3 сектори, отже модель (10) буде ускладнена, пояснимо яким чином. Основні засоби виробництва K тепер буде розподілено між двома виробничими секторами. Оскільки виробничий капітал в кожній з цих галузей має свої специфічні особливості а потоки інвестицій в кожен тип капіталу окремі, то динаміка двох капіталів буде представлена у вигляді окремих рівнянь динаміки:

$$\begin{aligned} \frac{dK_S(t)}{dt} &= I_{KS}(t) - \mu_K K_S(t) \\ \frac{dK_Y(t)}{dt} &= I_{KY}(t) - \mu_K K_Y(t), \end{aligned} \quad (11)$$

де K_S – ОЗВ, задіяні в матеріальному(ресурсному) секторі, K_Y – ОЗВ задіяні в секторі кінцевого виробництва, I_{KS} – інвестиції в основні фонди в секторі матеріального(ресурсного) виробництва, I_{KY} – інвестиції в основні фонди в секторі кінцевого виробництва.

Наступним кроком, варто врахувати, що і людський капітал H буде розподілено між секторами, але на відміну від ОЗВ, людський капітал задіяний в усіх 3 секторах економіки і з урахуванням специфічності знань та навичок необхідних для кожного сектору зміна людського капіталу в часі також буде описати трьома різними рівняннями динаміки:

$$\begin{aligned} \frac{dH_{R\&D}(t)}{dt} &= I_{R\&D}(t) - \mu_H H_{R\&D}(t) \\ \frac{dH_S(t)}{dt} &= I_{HS}(t) - \mu_H H_S(t) \\ \frac{dH_Y(t)}{dt} &= I_{HY}(t) - \mu_H H_Y(t), \end{aligned} \quad (12)$$

де $H_{R\&D}$ – людський капітал, що задіяний в дослідницькому секторі, H_S – людський капітал, задіяний у матеріальному(ресурсному) секторі, H_Y – людський капітал, задіяний у секторі кінцевого виробництва, а $I_{R\&D}$ – інвестиції в людський капітал в сфері розробок, I_{HS} – інвестиції в людський капітал в сфері матеріального виробництва, I_{HY} – інвестиції в людський капітал в сфері кінцевого виробництва.

Тепер запишемо балансове рівняння інвестицій:

$$I(t) = I_{R\&D}(t) + I_{HS}(t) + I_{HY}(t) + I_{KS}(t) + I_{KY}(t). \quad (13)$$

Але внесемо коригування в обмеження (2), задавши частку спожитого ВВП наступним чином:

$$C(t) = (1-s)Y(t), \quad (14)$$

де s – певна середня норма заощаджень за певний проміжок часу.

Також врахуємо, що інвестиціям для перетворення в ОЗВ та людський капітал потрібний певний часовий лаг τ , а оскільки інвестиції це певна частка ВВП, то представимо часовий лаг у вигляді запізнення по ВВП, тобто по $Y(t)$. Тепер шляхом нескладних перетворень рівність (2) з урахуванням виразу (14) набуває вигляду:

$$s \cdot Y(t - \tau) = I = I_{R\&D}(t) + I_{HS}(t) + I_{HY}(t) + I_{KS}(t) + I_{KY}(t). \quad (15)$$

Оскільки маємо 2 сектори матеріального виробництва, їхні функції виробництва будуть різними, тобто:

$$Y(t) = Y_S(t) + Y_Y(t), \quad (16)$$

де Y_S – продукт вироблений в матеріальному (ресурсному) секторі, а Y_Y – продукт вироблений в секторі кінцевого виробництва.

Таким чином, будемо мати наступні функції виробництва:

$$Y_S(t) = K(t)_S^{\alpha_S} H(t)_S^{\beta_S} [E(t) \cdot L_S(t)]^{\gamma_S}, \quad (17)$$

$$Y_Y(t) = K(t)_Y^{\alpha_Y} H(t)_Y^{\beta_Y} [E(t) \cdot L_Y(t)]^{\gamma_Y}, \quad (18)$$

де L_S – чисельність зайнятого населення в матеріальному секторі, L_Y – чисельність зайнятого населення в секторі кінцевого виробництва.

Для чисельності зайнятого населення, з урахуванням що його сумарна кількість змінюється за рівнянням динаміки (4), додамо наступне рівняння балансу:

$$L(t) = L(t)_S + L(t)_Y. \quad (19)$$

Також варто зазначити, що ціллію побудови моделі економічного зростання є оптимальний розподіл ресурсів та факторів виробництва за для досягнення максимального значення обсягів виробництва, тобто цільова функція моделі оптимізації буде мати наступний вигляд:

$$Y(t) = Y_S(t) + Y_Y(t) \rightarrow \max. \quad (20)$$

Отже, визначивши всі необхідні модифікації, з урахуванням усіх перетворень, отримуємо трьохсекторну нелінійну динамічну багатозв'язну модель, яка має наступне представлення:

$$\begin{aligned} & K(t)_Y^{\alpha_Y} H(t)_Y^{\beta_Y} [E(t) \cdot L_Y(t)]^{\gamma_Y} \rightarrow \max \\ & + K(t)_S^{\alpha_S} H(t)_S^{\beta_S} [E(t) \cdot L_S(t)]^{\gamma_S} \rightarrow \max \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} I(t) &= I_{R\&D}(t) + I_{HS}(t) + I_{HY}(t) + I_{KS}(t) + I_{KY}(t) \\ L(t) &= L(t)_S + L(t)_Y \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} s \cdot Y(t - \tau) &= I(t) \\ \frac{dL}{dt} &= e^{\nu t} L(t) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{dH_{R\&D}(t)}{dt} = I_{R\&D}(t) - \mu_H H_{R\&D}(t)$$

$$\frac{dH_S(t)}{dt} = I_{HS}(t) - \mu_H H_S(t)$$

$$\frac{dH_Y(t)}{dt} = I_{HY}(t) - \mu_H H_Y(t)$$

$$\frac{dK_S(t)}{dt} = I_{KS}(t) - \mu_K K_S(t)$$

$$\frac{dK_Y(t)}{dt} = I_{KY}(t) - \mu_K K_Y(t)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \theta \cdot H(t)_{R\&D} \cdot E(t)$$

$$K_S(0) = K_{0_S}, K_Y(0) = K_{0_Y}, L(0) = L_0$$

$$H_{R\&D}(0) = H_{0_{R\&D}}, H_Y(0) = H_{0_Y}, H_S(0) = H_{0_S}$$

$$E(0) = E_0, t \in [0, T]. \quad (24)$$

До ендогенних змінних належать K (капітал), Y (випуск секторів) та E (рівень технологічного розвитку). До екзогенних – μ (коефіцієнти зносу (амортизація) різних типів капіталу), ν (температура приросту населення), θ (параметр технологічності, наукової продуктивності), s (норма заощаджень) та значення змінних в нульовий момент часу, зазначених у виразі (25).

Керування динамічною системою здійснюється за рахунок оптимального розподілу трудових ресурсів ($L = L_S + L_Y$) та інвестицій ($I(t) = I_{R\&D}(t) + I_{HS}(t) + I_{HY}(t) + I_{KS}(t) + I_{KY}(t)$).

Після дискретизації та деяких простих математичних перетворень зможемо звести вирішення даної моделі до задачі умовної оптимізації. Наступним кроком необхідно здійснити підбір параметрів. Використавши дані з Державної служби статистики України [14], Світового банку [15] та прийнявши Δt та τ рівним 1, застосуємо принципи регресійного аналізу, в результаті чого отримаємо наступну модель:

$$Y(t) = K(t)_S^{0,45} H(t)_S^{0,28} [E(t) \cdot L_S(t)]^{0,44} +$$

$$+ K(t)_Y^{0,57} H(t)_Y^{0,1} [E(t) \cdot L_Y(t)]^{0,52} \rightarrow \max$$

$$0,1305 \cdot Y(t-1) = I(t)$$

$$L(t) = e^{0,015t} L(t-1) + L(t-1)$$

$$I(t) = I_{R\&D}(t) + I_{HS}(t) + I_{HY}(t) + I_{KS}(t) + I_{KY}(t)$$

$$L(t) = L(t)_S + L(t)_Y$$

$$H_{R\&D}(t) = I_{R\&D}(t) - 0,022H_{R\&D}(t-1) + H_{R\&D}(t-1)$$

$$H_S(t) = I_{HS}(t) - 0,022H_S(t-1) + H_S(t-1)$$

$$H_Y(t) = I_{HY}(t) - 0,022H_Y(t-1) + H_Y(t-1)$$

$$K_S(t) = I_{KS}(t) - 0,05K_S(t-1) + K_S(t-1)$$

$$K_Y(t) = I_{KY}(t) - 0,05K_Y(t-1) + K_Y(t-1)$$

$$E(t) = 2,84 \cdot 10^{-14} \cdot H(t-1)_{R\&D} \cdot E(t-1) + E(t-1). \quad (25)$$

Тож, маємо модель (25) та початкові значення змінних в момент часу t_0 – 2022 рік. Оскільки в дискретизованому вигляді модель зводиться до нелінійної задачі умовної оптимізації, то оптимальне керування моделлю, тобто оптимальний розподіл трудових ресурсів ($L = L_S + L_Y$) та інвестицій ($I(t) = I_{R\&D}(t) + I_{HS}(t) + I_{HY}(t) + I_{KS}(t) + I_{KY}(t)$) між секторами та видами капіталу, зводиться до розв'язку оптимізаційної задачі. Отже, розв'яжемо нелінійну задачу умовної оптимізації, та знайдемо оптимальне керування моделлю (25).

Дану задачу вирішуємо за допомогою математичного програмного забезпечення, з введенням усіх необхідних параметрів моделювання, в якості періоду моделювання обираємо період у три роки, тобто 2023, 2024 та 2025. В результаті оптимізації отримали наступні результати.

Щоб розуміти наскільки точними є прогнозовані показники моделі, проведемо її апробацію на вже відомих даних та знайдемо похибки, що і будуть характеристикою адекватності як моделі загалом, так і її прогнозів та рекомендацій. Тож, за вище описаною моделлю знайдемо значення виробничої функції за 2018–2022 роки та порівняємо ці показники з фактичними значеннями ВВП. Варто зазначити, що рівняння динаміки капіталів не передбачало зовнішній вплив, як війна, тож для прорахунку показників 2022 року візьмемо фактичні показники капіталів, а не модельні. Отримаємо наступні часові ряди:

Далі підрахуємо значення відносних похибок даних в порівнянні з фактичними показниками:

В стопчику $\Delta_{/2022}$ таблиці 7 представлені середні похибки без урахування 2022 року, а в – з урахуванням. Тож середня похибка сумарного Δ ВВП по двох секторах становить 5,145%, середня похибка по сировинному секторі 1,738%, а по секторі кінцевого виробництва 5,909%, що з огляду на характерну усім макроекономічним моделям агрегованість та нестабільність зумовлено спершу «коронакризою», а згодом війною, є досить незначною похибкою. Отже, дана модель є валідною, а її результати можна вважати значимими.

Тож, підrezюємо отримані результати: для забезпечення максимального значення ВВП необхідним є приблизно однаковий розподіл інвестицій між капіталами та секторами, водночас сировинний сектор з урахуванням значних руйнувань основних виробничих фондів потребує залучити дещо більшу частку заня-

Таблиця 1

Динаміка показників цільової функції в млн.грн.

Роки	2022	2023	2024	2025
ВВП $Y(t)$	3 010 871,58	3 256 839,11	3 738 038,71	4 180 546,49
ВВП в сировинному секторі $Y_s(t)$	541 890,81	598 071,06	687 124,03	773 872,17
ВВП в секторі кінц.виробн. $Y_y(t)$	2 468 980,77	2 658 768,05	3 050 914,68	3 406 674,32

Джерело: складено авторами на основі джерела [14]

Таблиця 2

Динаміка капіталів в млн.грн.

Роки	2022	2023	2024	2025
Капітал (ОЗВ) $K(t)$	6 162 242,90	6 184 878,39	6 354 830,48	6 235 139,92
Капітал в сировинному секторі K_s	1 383 632,41	1 431 995,18	1 516 971,23	1 539 367,32
Капітал в секторі кінц.виробн. $K_y(t)$	4 778 610,49	4 752 883,21	4 837 859,25	4 695 772,59
Людський капітал $H(t)$	18 036 314,04	18 271 989,14	17 621 910,23	17 529 933,69
Люд.кап. в дослідн.секторі $Hr&d(t)$	9 331 475,02	9 410 033,39	9 028 932,83	8 929 421,89
Люд.кап. в сировинн.секторі H_s	1 960 700,33	2 039 258,70	2 023 230,77	2 076 608,24
Люд.кап. в секторі кінц.виробн. $H_y(t)$	6 744 138,69	6 822 697,06	6 569 746,63	6 523 903,55

Джерело: складено авторами на основі джерел [14; 15]

Таблиця 3

Динаміка розподілу інвестицій (керування) в млн.грн.

Роки	2022	2023	2024	2025
Інвестиції $I(t)$	319 639,86	392 791,84	424 880,23	487 656,50
Інвестиції в люд.кап. в секторі розробок $Ir&d(t)$	9 840,49	78 558,37	84 976,05	97 531,30
Інвестиції в люд.кап. в сировин.секторі $Ihs(t)$	2 067,65	78 558,37	84 976,05	97 531,30
Інвестиції в люд.кап. в секторі кінц.розробок $Ihy(t)$	7 112,02	78 558,37	84 976,05	97 531,30
Інвестиції в ОЗВ в сировин.секторі $Iks(t)$	93 100,01	78 558,37	84 976,05	97 531,30
Інвестиції в ОЗВ в секторі кінц.розробок $Iky(t)$	207 519,69	78 558,37	84 976,05	97 531,30

Джерело: складено авторами на основі джерела [14]

Таблиця 4

Динаміка розподілу робочої сили (керування) в особах

Роки	2022	2023	2024	2025
Чисельн.зайнятого населення $L(t)$	7 583 350	7 699 940	7 818 323	7 938 525
Чис.нас. в сировин.секторі $L_s(t)$	1 026 011	1 214 733	1 247 613	1 262 833
Чис.нас.в секторі кінц.виробн. $L_y(t)$	6 557 340	6 485 207	6 570 710	6 675 692

Джерело: складено авторами на основі джерела [14]

Таблиця 5

Динаміка рівня технологічного розвитку

Роки	2022	2023	2024	2025
Рівень техн.розвитку (НТП)	2,682	3,392	4,297	5,397

Джерело: складено авторами на основі джерела [14]

Таблиця 6

Змодельовані показники ВВП за 2018–2022 р.

Роки	2018	2019	2020	2021	2022
ВВП $Y(t)$, грн.	3 174 866 712 271,50	3 413 850 837 288,58	3 960 963 570 126,64	4 394 749 786 029,67	3 358 419 316 319,38
ВВП в сировинному секторі $Y_s(t)$, грн.	616 795 570 658,37	676 543 900 060,83	678 410 707 341,33	785 587 699 679,81	560 815 346 754,52
ВВП в секторі кінц. виробн. $Y_y(t)$, грн.	2 558 071 141 613,12	2 737 306 937 227,75	3 282 552 862 785,32	3 609 162 086 349,86	2 797 603 969 564,86

Таблиця 7

Відносні похибки моделі

Роки	2018	2019	2020	2021	2022	$\Delta_{/2022}$	Δ
Δ ВВП $Y(t)$, %	2,906%	7,086%	3,475%	0,714%	11,543%	3,545%	5,145%
Δ ВВП в сировинному секторі $Y_s(t)$, %	1,432%	2,572%	1,164%	0,030%	3,492%	1,300%	1,738%
Δ ВВП в секторі кінц.виробн. $Y_y(t)$, %	3,267%	8,138%	3,966%	0,864%	13,310%	4,059%	5,909%

того населення. За рахунок рівного розподілу інвестицій людський капітал в сировинному секторі та основні виробничі фонди будуть на протязі усього аналізованого періоду зростати, що буде сприяти якомога швидшому відновленню сировинного сектору. За рахунок постійних інвестицій в людський капітал в секторі розробок, рівень технологічності виробництва також буде зростати, що дозволить нівелювати певним чином різке зниження та дуже незначне збільшення зайнятого в економіці населення за рахунок збільшення продуктивності їхньої праці. З урахуванням усіх перерахованих вище характеристик економічних процесів в країні в 2023–2025 рр. зможемо отримати стабільний ріст реального ВВП та підвищити благополуччя населення. З урахуванням залучення додаткових зовнішніх інвестицій від партнерів чи міжнародних фондів (які не враховані в моделі) зможемо ще більше покращити економічне становище України, що дозволить певну частку цього ВВП інвестувати саме в оборонну промисловість, що сприятиме підвищенню безпеки країни та пришвидшенню євроінтеграційних процесів.

Висновки. В ході даної статті була здійснена побудова трьохсекторної моделі економічного зростання з ендегенним показником технологічного прогресу з урахуванням економічних та геополітичних умов функціонування України шляхом модифікації моделі ендегенного зростання Ромера. За допомогою відповідних статистичних даних та принципів регресійного

аналізу була здійснена специфікація моделі, параметри якої характеризують поточну економічну ситуацію в Україні. Після зведення моделі до нелінійної задачі умовної оптимізації за допомогою математичного програмного забезпечення була здійснена оптимізація моделі, тобто розв'язана задача оптимального розподілу трудових ресурсів та інвестицій між секторами та видами капіталу за умови максимізації загальних обсягів виробництва на три наступні роки, а саме 2023, 2024 та 2025 роки. Також була проведена апробація моделі, за показниками відносних похибок можна судити про адекватність моделі, а отже про доцільність її використання.

З результатів оптимізації був зроблений висновок про необхідність приблизно однакового розподілу інвестицій між секторами та капіталами, що ж стосується розподілу населення, то для оптимального розвитку населення до сировинного сектору, що зможе забезпечити хоч і не значний проте стабільний ріст реального ВВП.

Оскільки, написана трьох секторна динамічна модель макроекономічного ендегенного зростання (25) є актуальною в нинішніх умовах та апробованою, то можна зробити висновок про доцільність її використання в практичній діяльності, а саме як орієнтир для держави при створенні цільових інвестиційних фондів та в подальшій науково-дослідній роботі.

Література:

1. Solow R. M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*. 1956 Vol. 70. № 1, pp. 65–94. URL: <https://www.jstor.org/stable/1884513>.
2. Swan T. W. Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*. 1956 Vol. 32, № 2, pp. 334–361. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x>.
3. Lucas R. E. Jr. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*. 1988 Vol. 22, № 1, pp. 3–42. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0304393288901687?via%3Dihub>.
4. Romer P. M. The Origins of Endogenous Growth. *The Journal of Economic Perspectives*. 1994 Vol. 8. № 1, pp. 3–22. URL: <https://www.jstor.org/stable/2138148>.
5. Harrod R. F. An Essay in Dynamic Theory. *The Economic Journal*. 1939. Vol. 49, № 193, pp. 14–33. URL: <https://www.jstor.org/stable/2225181?origin=crossref>.
6. Evsey D. Domar Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *Econometrica*. 1946. Vol. 14, № 2, pp. 137–147. URL: <https://www.jstor.org/stable/1905364>.
7. Cass D. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *The Review of Economic Studies*. 1965. Vol. 32, № 3, pp. 233–240 URL: <https://www.jstor.org/stable/2295827>.
8. Tjalling C. Koopmans On the Concept of Optimal Economic Growth. *Cowles Foundation Discussion Papers*. 1963. № 163. URL: <https://elischolar.library.yale.edu/cowles-discussion-paper-series/392>.

9. K. J. Arrow The Economic Implications of Learning by Doing. *Readings in the Theory of Growth*. 1971. P 131–149. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-349-15430-2_11.
10. Ляшенко О. І. Моделювання економічного зростання при умові навчання на власному досвіді та розповсюдженні знань. *ВІСНИК Київського національного університету імені Тараса Шевченка*. 2016. № 4(181). С. 12–17.
11. Диленко В., Шляпина Н. Математичне моделювання оптимального економічного зростання з урахуванням НТП і фактору знецінення благ. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2012. Т. 3. № 4. С. 172–176. URL: http://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/ekon/2012_4_3/172-176.pdf.
12. Назаренко О., Манько Н. Імітація та прогнозування економічного зростання за допомогою моделі трисекторної економіки типу Солоу. *Механізм регулювання економіки*. 2009. Т. 1. № 4. С. 136–142. URL: <https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/3502/1/4.2.pdf>.
13. Mankiw N.G., Romer D., Weil D.N. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*. 1992. Vol. 107, № 2, pp. 407–437. URL: <http://dxie.people.ust.hk/Econ5250/MRW%20QJE%201992.pdf>.
14. Офіційний сайт Державної служби статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
15. Wealth Accounts. The World Bank. URL: <https://databank.worldbank.org/source/wealth-accounts>.

References:

1. Solow R. M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 70, № 1, pp. 65–94. Available at: <https://www.jstor.org/stable/1884513>.
2. Swan T. W. (1956) Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*. Vol. 32, № 2, pp. 334–361. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x>.
3. Lucas R. E. Jr. (1988) On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*. Vol. 22, № 1, pp. 3–42. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0304393288901687?via%3Dihub>.
4. Romer P. M. (1994) The Origins of Endogenous Growth. *The Journal of Economic Perspectives*. Vol. 8, № 1, pp. 3–22. Available at: <https://www.jstor.org/stable/2138148>.
5. Harrod R. F. (1939) An Essay in Dynamic Theory. *The Economic Journal*. Vol. 49, № 193, pp. 14–33. Available at: <https://www.jstor.org/stable/2225181?origin=crossref>.
6. Evsey D. (1946) Domar Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *Econometrica*. Vol. 14, № 2 pp. 137–147. Available at: <https://www.jstor.org/stable/1905364>.
7. Cass D. (1965) Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *The Review of Economic Studies*. Vol. 32, № 3, pp. 233–240 Available at: <https://www.jstor.org/stable/2295827>.
8. Tjalling C. (1963) Koopmans On the Concept of Optimal Economic Growth. *Cowles Foundation Discussion Papers*. № 163. Available at: <https://elischolar.library.yale.edu/cowles-discussion-paper-series/392>.
9. Arrow K. J. (1971) The Economic Implications of Learning by Doing. *Readings in the Theory of Growth*, pp 131–149. Available at: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-349-15430-2_11
10. Liashenko O. (2016) Modeling of economic growth under the condition of learning from experience and dissemination of knowledge. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv*. № 4(181), pp. 12–17.
11. Dilenko V., Shlyapina N. (2012) Mathematical modeling of optimal economic growth with regard to STP and the factor of depreciation of goods. *Bulletin of Khmelnytsky National University*. Vol. 3, № 4, pp. 172–176. Available at: http://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/ekon/2012_4_3/172-176.pdf.
12. Nazarenko O., Manko N. (2009) Simulation and forecasting of economic growth using the Solow model of three-sector economy. *Mechanism of economy regulation*. Vol. 1, № 4, pp. 136–142. Available at: <https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/3502/1/4.2.pdf>.
13. Gregory N., Mankiw, Romer D., David N., Weil A. (1992) Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 107, № 2, pp. 407–437. Available at: <http://dxie.people.ust.hk/Econ5250/MRW%20QJE%201992.pdf>.
14. Official website of the State Statistics Service of Ukraine. Available at: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
15. Wealth Accounts. The World Bank. Available at: <https://databank.worldbank.org/source/wealth-accounts>.