

УДК 519.86: 658.7

JEL Classification: C61, C44, L23

DOI: <https://doi.org/10.20535/2307-5651.36.2026.360565>**Куруджи Ю. В.**

кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри менеджменту і маркетингу
ORCID ID: 0000-0002-0939-593X
Одеський національний морський університет

ЗАСТОСУВАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ ТА ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧО-ТРАНСПОРТНИХ ЛАНЦЮГІВ ПОСТАЧАННЯ

Стаття присвячена моделюванню виробничо-транспортних ланцюгів постачання на основі застосування оптимізаційних та ймовірнісних методів. Розглянуто ланцюги, які включають чотири рівні: постачальників, виробників, дистрибуторів та споживачів. Увагу приділено стохастичній природі логістичних процесів, що дозволяє врахувати ймовірнісний характер ринкового попиту. Побудовано економіко-математичну модель багаторівневого ланцюга, яка мінімізує загальні витрати на закупівлю та доставку сировини, виробництво продукції, перевезення продукції, зберігання надлишків внаслідок зменшення споживання, а також втрати через незадоволений попит. Отримані результати можуть бути використані для побудови економіко-математичних моделей для конкретного типу логістичного ланцюга. У подальшому представляє інтерес врахування одночасно факторів зовнішньої та внутрішньої невизначеності, а також моделювання ланцюгів постачання з врахуванням фактора часу.

Ключові слова: ланцюг постачання, економіко-математична модель, оптимізаційні методи, ймовірнісні методи, випадковий попит.

Kurudzy Yuliia

Odesa National Maritime University

APPLICATION OF PROBABILISTIC AND OPTIMIZATION RESEARCH METHODS FOR MODELING PRODUCTION AND TRANSPORTATION SUPPLY CHAINS

The article is devoted to the modeling of production and transportation supply chains under conditions of market instability based on the integrated application of optimization and probabilistic methods. The structure of complex supply chains is considered, including four levels: suppliers of raw materials and components for production, manufacturers of finished products, geographically distributed distributors, and end consumers. It is substantiated that modern management of such systems requires a shift from deterministic approaches in favor of stochastic models. Particular attention in the study is paid to the stochastic nature of logistical processes, which allows for taking into account the probabilistic nature of market demand. A case is considered where the demand for finished products at destination points is a random variable with known probability densities; specifically, demand values may follow the Erlang distribution. An economic-mathematical model of a multi-level supply chain has been developed, with the objective function aimed at minimizing the total costs of the system. The model details the costs of purchasing and delivering production resources, operational costs for production, transport and logistics costs for the delivery of material resources and finished products, as well as the costs of storing surpluses arising from random fluctuations in consumption. A crucial component of the model is the quantitative assessment of enterprise losses due to unsatisfied demand (shortage), which allows for evaluating the reliability and service level of the chain. The model also accounts for resource limitations for production and capacity constraints (warehouse storage capacities) of intermediaries. The results obtained have practical value and can be used by enterprise management to construct economic-mathematical models for specific types of logistics networks. In the future, it is of interest to develop the proposed approach by simultaneously considering factors of both external (random demand) and internal (fluctuations in production line productivity) uncertainty, as well as modeling the functioning of multi-level supply chains taking into account the time factor.

Keywords: supply chain, economic-mathematical model, optimization methods, probabilistic methods, random demand.

Постановка проблеми. В умовах сучасної глобалізації та зростаючої нестабільності світових ринків ефективне управління ланцюгами постачання є важливим фактором конкурентоспроможності підприємств. Зв'язки між ланками ланцюгів характеризуються високим рівнем складності, географічною розгалуженістю та вразливістю до ряду зовнішніх факторів, зокрема, пандемічних обмежень, геополітичних конфліктів, різких коливань споживчого попиту. За таких обставин традиційні підходи до управління логістичними процесами виявляються

недостатніми, що зумовлює актуальність переходу до науково обґрунтованого моделювання ланцюгів постачання. Моделювання логістичних ланцюгів у сучасних умовах дозволяє не лише візуалізувати рух матеріальних та інформаційних потоків, а й прогнозувати поведінку системи за різних сценаріїв розвитку подій. Проте реальні логістичні системи функціонують у середовищі високої невизначеності, де параметри часу доставки, обсягів попиту та вартості ресурсів постійно змінюються, що вимагає залучення більш складного математичного апарату.



Особливе значення у цьому контексті набуває поєднання ймовірнісних та оптимізаційних методів. Оптимізаційні методи спрямовані на пошук найкращих рішень щодо мінімізації витрат, максимізації прибутку, максимального використання виробничих потужностей, скорочення логістичних циклів у межах заданих обмежень. А ймовірнісні методи дозволяють врахувати ризики та випадкові чинники, надаючи можливість оцінювати надійність ланцюга постачання. Таким чином, інтеграція цих підходів у єдиний методологічний інструментарій моделювання є необхідною умовою для створення адаптивних, стійких та економічно ефективних ланцюгів постачання, здатних оперативно реагувати на виклики динамічного ринкового середовища.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемам оптимізації та моделювання ланцюгів поставок присвячена значна кількість публікацій як вітчизняних, так і зарубіжних вчених. Наукових дослідження охоплюють питання вибору оптимальних видів транспорту, забезпечення своєчасності поставок, управління складськими операціями, моделювання зв'язків між постачальниками, виробниками та споживачами для синхронізації матеріальних, інформаційних та фінансових потоків. Ці дослідження використовують економіко-математичні моделі, теорії масового обслуговування та цифрових технологій для управління матеріальними потоками в ланцюгах постачання.

Зарубіжні дослідники зосереджені на концепції стійкості ланцюга та використанні методів штучного інтелекту для оптимізації в умовах невизначеності. Наприклад, в статті [10] Д. Іванов розглядає моделювання ланцюгів поставок як динамічних систем та наголошує на важливості поєднання аналітичних методів з імітаційним моделюванням для прогнозування поведінки ланцюга під впливом факторів невизначеності. У роботі [15] Л. Снайдером та Ц. М. Шеном детально розглядаються стохастичні моделі управління запасами та використання ймовірнісних розподілів для оптимізації розміщення складських потужностей.

Українські вчені активно досліджують адаптацію ланцюгів поставок до умов воєнного стану та економічної нестабільності, використовуючи потужний математичний апарат. Так, робота М. Ю. Григорак [2], присвячена інтелектуальним логістичним системам, підкреслює необхідність використання ймовірнісних моделей для створення «цифрових двійників» ланцюгів поставок, які дозволяють тестувати стратегії оптимізації в реальному часі. В дослідженні [5] Р. Р. Ларіна увагу приділяє формуванню регіональних логістичних систем, де застосовуються методи дослідження операцій для мінімізації витрат при розподілі ресурсів. У статтях [6–7] Г. В. Осокіним, М. І. Пешко, А. С. Завербним обґрунтовується необхідність трансформації ланцюгів постачання та перехід до цифрових моделей, що є базою для впровадження методів оптимізації.

Більшість статей, в яких розглядаються проблеми оптимізації ланцюгів постачання (наприклад, статті Т. О. Колодізевої, В. О. Письмак [3], В. Кривещенко, Г. Хмуровського, Т. Ляденко [4], А. Локемі [12–13]), мають концептуальний характер або зосереджені на визначенні стратегій управління ланцюгами поставок та оптимізації запасів; автори не використовують в повній мірі математичний апарат та методи, засно-

вані на теорії ймовірностей, математичній статистиці та стохастичному програмуванні. Так, наприклад, в роботі [3] Т. О. Колодізевою та В. О. Письмак обґрунтовано використання математичних методів для моделювання бізнес-процесів, що дозволяє мінімізувати ризики розривів у ланцюгах постачання. З робіт, присвячених безпосередньо моделюванню, можна виділити роботи М. Я. Постапа, Н. І. Чухрай [8; 14], де продемонстровано застосування багатоіндексних задач лінійного програмування для моделювання логістичних систем.

Цікавим є також підхід до класифікації логістичних ланцюгів, заснований на VAT-підході. Так, у статтях [12–13] А. Локемі розглядає можливості використання VAT-аналізу для управління мережами ланцюгів поставок. Цей метод розвинувся з філософії оптимізованої виробничої технології (OPT), розробленої Е. Голдратом [1]. В роботі [9] Н. І. Чухрай ця концепція була адаптована та інтегрована в українську наукову школу логістики. VAT-класифікація передбачає виокремлення трьох видів ланцюгів поставок: тип V, в якому один вид сировини перетворюється на багато видів готової продукції (наприклад, металопрокат); тип A, де багато компонентів збираються в один складний виріб (електронна промисловість, машинобудування); і тип T, в якому деталі складаються в різні комбінації для отримання широкого асортименту (виробництво побутової техніки). Деякі спроби моделювання ланцюгів поставок на основі VAT-класифікації продемонстровані в роботах М. Я. Постапа, Н. І. Чухрай та Ю. В. Куруджи [11; 14].

Таким чином, попри значну кількість напрацювань, залишається недостатньо вивченим питання синергії між ймовірнісним прогнозуванням попиту та автоматизованою оптимізацією маршрутів у складних багаторівневих системах. Більшість існуючих моделей або занадто теоретичні, тобто ігнорують операційні обмеження, або занадто вузькі та не враховують вплив факторів зовнішньої невизначеності.

Формулювання цілей статті. Метою статті є використання ймовірнісних та оптимізаційних методів дослідження для побудови економіко-математичних моделей багаторівневих ланцюгів поставок.

Виклад основного матеріалу. В роботі А. Локемі [12] розглянуті основні проблеми в управлінні ланцюгами поставок на основі VAT-класифікації та наведені схеми ланцюгів типу V, A і T (рис. 1–3). Ці ланцюги включають чотири рівні: S – постачальники виробничих ресурсів (сировини, матеріалів, комплектуючих), M – виробники готової продукції, D – посередники (дистриб'ютори), R – кінцеві споживачі.

Продемонструємо застосування оптимізаційних та ймовірнісних методів до моделювання ланцюгів поставок таких типів.

Припустимо, що S_1, S_2, \dots, S_N – постачальники сировини, напівфабрикатів, комплектуючих для виробництва готової продукції. Ланки S_1, S_2, \dots, S_N доставляють на виробничі підприємства M_1, M_2, \dots, M_K ресурси R видів у кількості $x_m^{(k)}$, причому запаси цих ресурсів обмежені величиною b_m . Тут $r = 1, \dots, R$ – номер виробничого ресурсу, $n = 1, \dots, N$ – номер постачальника, $k = 1, \dots, K$ – номер виробничого підприємства.

Виробники M_1, M_2, \dots, M_K випускають готову продукцію L_k найменувань кожне. Таким чином, виника-

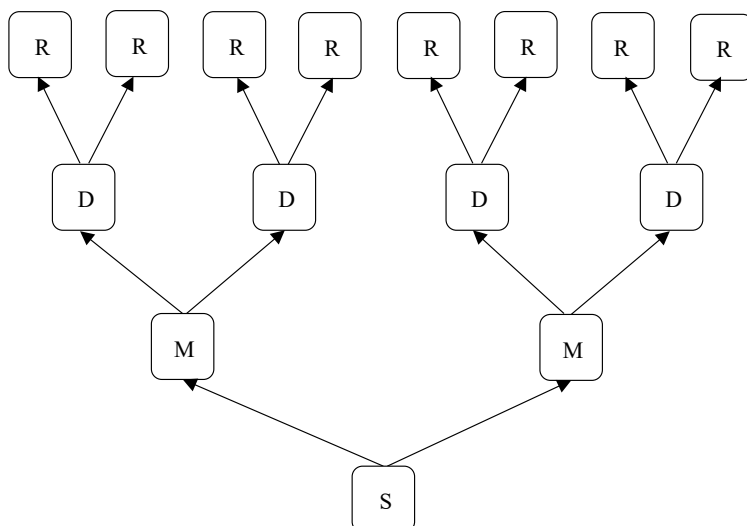


Рис. 1. Схема ланцюга поставок типу V
Джерело: [12]

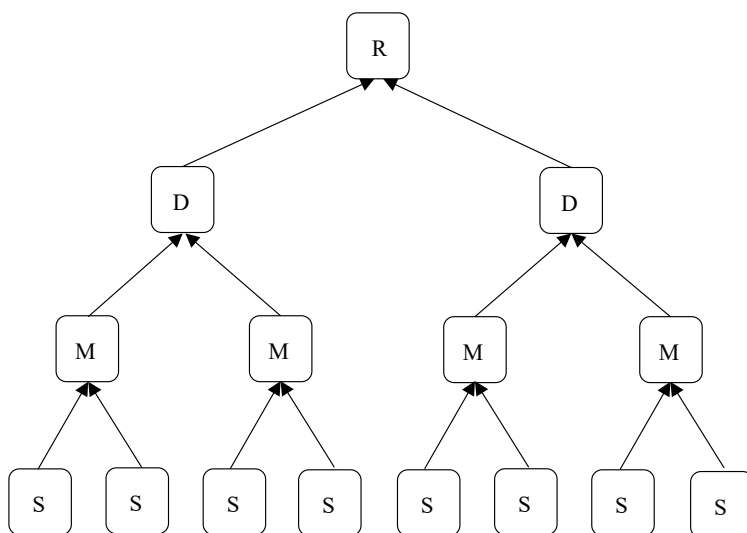


Рис. 2. Схема ланцюга поставок типу A
Джерело: [12]

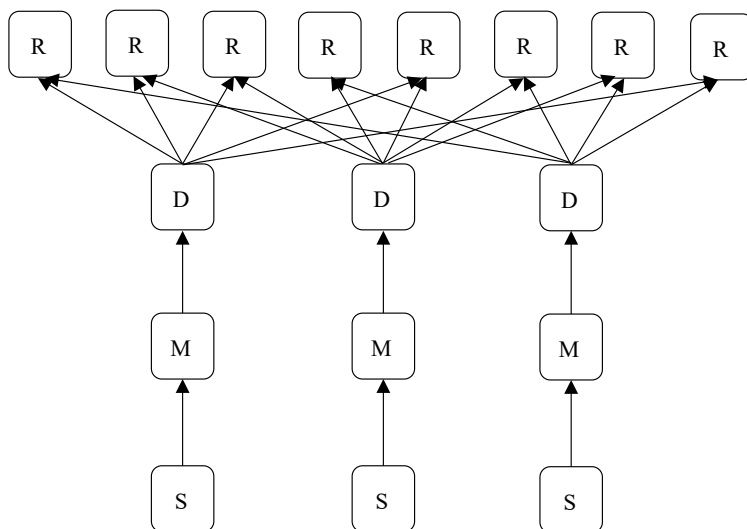


Рис. 3. Схема ланцюга поставок типу T
Джерело: [12]

ють обмеження, які стосуються кількості виробничих ресурсів для доставки та випуску продукції:

$$\sum_{k=1}^K x_{rn}^{(k)} \leq b_{rn}, r = 1, \dots, R, n = 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$\sum_{l=1}^{L_k} a_{rl}^{(k)} y_l^{(k)} \leq \sum_{n=1}^N x_{rnk}, r = 1, \dots, R, k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

де $a_{rl}^{(k)}$ – кількість ресурсу виду r , який використовується для виробництва продукції виду l на підприємстві M_k ; $y_l^{(k)}$ – кількість продукції виду l , запланована для випуску на підприємстві M_k .

Готова продукція $L = L_1 + L_2 + \dots + L_K$ найменувань доставляється в пункти D_1, D_2, \dots, D_I , звідки розподіляється між кінцевими споживачами R_1, R_2, \dots, R_J . Отже, при моделюванні необхідно враховувати місткість складів w_i в D_1, D_2, \dots, D_I :

$$\sum_{i=1}^I z_{li}^{(k)} = y_l^{(k)}, l = 1, \dots, L_k, k = 1, \dots, K, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} z_{li}^{(k)} \leq w_i, i = 1, \dots, I, \quad (4)$$

де $z_{li}^{(k)}$ – кількість продукції виду l , запланована для перевезення з M_k в пункт D_i .

Крім того, всю продукцію з D_1, D_2, \dots, D_I , потрібно вивезти, задовольнивши при цьому потреби споживачів R_1, R_2, \dots, R_J :

$$\sum_{j=1}^J z_{lij}^{(k)} = z_{li}^{(k)}, l = 1, \dots, L_k, k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, I, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^I z_{lij}^{(k)} = d_{lj}^{(k)}, l = 1, \dots, L_k, k = 1, \dots, K, j = 1, \dots, J, \quad (6)$$

де $z_{lij}^{(k)}$ – кількість продукції виду l , виготовлена на виробничому підприємстві M_k , яка запланована для перевезення з D_i до R_j , $d_{lj}^{(k)}$ – попит на продукцію для споживача R_j .

Також в оптимізаційній моделі потрібно враховувати невід’ємність параметрів управління:

$$x_{rn}^{(k)}, y_l^{(k)}, z_{li}^{(k)}, z_{lij}^{(k)} \geq 0 \quad \forall r, l, k, i, j. \quad (7)$$

Цільова функція передбачає мінімізацію витрат по всьому ланцюгу поставок:

$$C = \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K c_{1rn}^{(k)} x_{rn}^{(k)} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} c_{2l}^{(k)} y_l^{(k)} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{i=1}^I c_{3li}^{(k)} z_{li}^{(k)} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{4lij}^{(k)} z_{lij}^{(k)} \rightarrow \min, \quad (8)$$

де $c_{1rn}^{(k)}$ – витрати на закупівлю та доставку необхідних для виробництва ресурсів, $c_{2l}^{(k)}$ – витрати на виробництво, $c_{3li}^{(k)}$ та $c_{4lij}^{(k)}$ – витрати на перевезення готової продукції від пунктів M_1, M_2, \dots, M_K до D_1, D_2, \dots, D_I та від D_1, D_2, \dots, D_I до R_1, R_2, \dots, R_J відповідно.

В роботах [11, 14] була продемонстрована можливість використання ймовірнісного підходу для врахування впливу факторів зовнішньої невизначеності на

функціонування ланцюгів поставок. Застосуємо цей підхід для модифікації побудованої оптимізаційної моделі (1)–(8).

Припустимо, що попит на готову продукцію носить невизначений характер і може змінюватися в процесі випуску. Це тягне за собою витрати, пов’язані з необхідністю зберігання надлишків внаслідок зменшення споживання, а також втрати, пов’язані з недопоставкою продукції через перевищення фактичного споживання в кінцевих пунктах. Отже, розглянемо випадок, коли попит на готову продукцію в пунктах R_1, R_2, \dots, R_J – $d_{lj}^{(k)}(\omega)$ – є випадковою величиною з відомими законами розподілу та щільністю розподілу $\phi_{lj}^{(k)}(d)$, при цьому всі випадкові величини $d_{lj}^{(k)}(\omega)$ є неперервними та незалежними одна від одної.

Позначимо через

$$v_{lj}^{(k)} = \sum_{i=1}^I z_{lij}^{(k)}, l = 1, \dots, L_k, k = 1, \dots, K, j = 1, \dots, J \quad (9)$$

загальну кількість готової продукції виду l , що запланована для перевезення в пункт R_j до реалізації випадкового попиту $d_{lj}^{(k)}(\omega)$.

Після реалізації випадкової величини $d_{lj}^{(k)}(\omega)$ можливі наступні ситуації. Якщо

$$v_{lj}^{(k)} < d_{lj}^{(k)}(\omega),$$

то попит на готову продукцію задоволений не буде, що тягне за собою недоотримання прибутку у розмірі

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{j=1}^J p_{lj}^{(k)} \max(0, d_{lj}^{(k)}(\omega) - v_{lj}^{(k)}),$$

де $p_{lj}^{(k)}$ – ціни продажу продукції для споживача R_j . У протилежному випадку, коли

$$v_{lj}^{(k)} > d_{lj}^{(k)}(\omega),$$

виникає необхідність у зберіганні надлишків продукції, тобто маємо додаткові витрати у розмірі

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} s_l^{(k)} \sum_{j=1}^J \max(0, v_{lj}^{(k)} - d_{lj}^{(k)}(\omega)),$$

де $s_l^{(k)}$ – вартість зберігання одиниці нереалізованої продукції на складі підприємства.

Математичне сподівання загальних витрат, пов’язаних з закупівлею сировини, виробництвом, перевезенням готової продукції, зберіганням надлишків, а також втратами через незадоволений попит, набуде вигляду:

$$\begin{aligned} \bar{C} = & \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K c_{1rn}^{(k)} x_{rn}^{(k)} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} c_{2l}^{(k)} y_l^{(k)} + \\ & + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{i=1}^I c_{3li}^{(k)} z_{li}^{(k)} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{4lij}^{(k)} z_{lij}^{(k)} + \\ & + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{j=1}^J \left[p_{lj}^{(k)} \int_0^{v_{lj}^{(k)}} (u - v_{lj}^{(k)}) \phi_{lj}^{(k)}(u) du + \right. \\ & \left. + s_l^{(k)} \int_{v_{lj}^{(k)}}^{\infty} (v_{lj}^{(k)} - u) \phi_{lj}^{(k)}(u) du \right] \rightarrow \min, \quad (10) \end{aligned}$$

Тоді оптимізаційна задача буде полягати у мінімізації функції (10) з врахуванням обмежень (1)–(5), (7), (9).

Зазначимо, що величини попиту $d_{ij}^{(k)}(\omega)$ можуть бути розподілені за законом Ерланга, тобто щільності розподілу можна визначити за формулами:

$$\phi_{ij}^{(k)}(d) = \frac{d^{n-1}}{(n-1)! (\theta_{ij}^{(k)})^n} e^{-d/\theta_{ij}^{(k)}},$$

$$l = 1, \dots, L_k, k = 1, \dots, K, j = 1, \dots, J,$$

де n і $\theta_{ij}^{(k)}$ – параметри розподілу.

Зауважимо, що в роботі продемонстрований загальний підхід до моделювання ланцюгів поставок за схемами, представленими на рис. 1–3. Побудовані моделі можуть бути значно спрощені при розгляді конкретного типу ланцюга.

Висновки. У статті продемонстровано застосування оптимізаційних та ймовірнісних методів для моделювання ланцюгів постачання. Обґрунтовано доцільність застосування VAT-класифікації для структурування ланцюгів поставок. Такий підхід дозволив типізувати логістичні процеси за трьома типами в залежності від характеру перетворення матеріальних потоків. Розглянуто структуру складних ланцюгів постачання, що включають чотири рівні: постачаль-

ників сировини та комплектуючих для виробництва, виробників готової продукції, територіально розподілених дистриб'юторів та кінцевих споживачів. В дослідженні увагу приділено стохастичній природі логістичних процесів, що дозволяє врахувати ймовірнісний характер ринкового попиту. Розглянуто випадок, коли попит на готову продукцію в пунктах призначення є випадковою величиною з відомими щільностями розподілу, зокрема, величини попиту можуть бути розподілені за законом Ерланга. Побудовано економіко-математичну модель багаторівневого ланцюга постачання, цільова функція якої спрямована на мінімізацію сукупних витрат системи. Отримані результати мають практичну цінність і можуть бути використані для побудови економіко-математичних моделей для конкретного типу логістичного ланцюга. У подальшому представляє інтерес розвиток запропонованого підходу в напрямі врахування одночасно факторів і зовнішньої (випадковий попит), і внутрішньої (коливання продуктивності виробничих ліній) невизначеності, а також моделювання функціонування багаторівневих ланцюгів постачання з врахуванням фактора часу.

Література:

1. Голдратт Е. М., Кокс Дж. Мета: процес безперервного вдосконалення / пер. з англ. К. Новікової. К. : Наш Формат, 2018. 400 с.
2. Григорак М. Ю. Интеллектуализация рынка логистических услуг: концепция, методология, компетентность : монография. К. : Сік Груп Україна, 2017. 513 с.
3. Колодізєва Т. О., Письмак В. О. Application of mathematical methods and models in modern logistics. *Управління розвитком*. 2018. № 2. С. 13–21.
4. Кривещенко В., Хмурковський Г., Ляденко Т. Оптимізація логістичних ланцюгів постачання в умовах глобальних криз. *Економіка та суспільство*. 2024. № 63. URL: <https://economyandsociety.in.ua/index.php/journal/article/view/4172> (дата звернення: 04.02.2026).
5. Ларіна Р. Р. Теоретико-методологічні основи формування регіональних логістичних систем : дис. ... д-ра екон. наук : 08.10.01. Донецьк, 2005. 412 с.
6. Осокін Г. В. Цифровізація ланцюгів постачання як фактор трансформації бізнес-моделей. *Економіка та суспільство*. 2024. № 61. URL: <https://economyandsociety.in.ua/index.php/journal/article/view/4258> (дата звернення: 04.02.2026).
7. Пешко М. І., Завербний А. С. Проблеми та перспективи зміни ланцюгів поставок з метою мінімізування втрат під час війни. *Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку*. 2022. Вип. 4, № 2. С. 138–147.
8. Постан М. Я., Куруджи Ю. В. Моделювання ланцюга поставок з урахуванням інноваційної та маркетингової активності виробничих підприємств. *Економічний вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»*. 2021. № 20. С. 138–144.
9. Чухрай Н. І., Гірна О. Б. Формування ланцюга поставок : питання теорії і практики. Львів : Інтелект-Захід, 2007. 232 с.
10. Ivanov D. Viable supply chain model: integrating agility, resilience and sustainability. *International Journal of Production Research*. 2020. Vol. 58(7). P. 2129–2142.
11. Kurudzhi Yu. V. Development of model of optimization of production and products delivery plans taking into account the factors of uncertainty. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2014. Vol. 4, No. 3 (70). P. 4–8.
12. Lockamy A. III. Examining supply chain networks using V-A-T material flow analysis. *Supply Chain Management: An International Journal*. 2008. Vol. 13, No. 5. P. 343–348.
13. Lockamy A. III. Using V-A-T Analysis as a Framework for Supply Chain Management: A Case Study. *Production and Inventory Management Journal*. 2003. Vol. 44, No. 3/4. P. 1–8.
14. Postan M. Ya., Chuhraj N. I., Kurudzhi Yu. V. Dynamic Model for Optimization of Production and Finished Products Delivery Plans in Supply Chain. *Logistyka*. 2014. № 4. P. 2345–2352.
15. Snyder L. V., Shen Z. J. M. Fundamentals of Supply Chain Theory. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2019. 752 p.

Дата надходження статті: 09.03.2026

Дата прийняття статті: 30.03.2026

Дата публікації статті: 02.06.2026